プログラミング言語論 第1回小テスト 解答例

問 1

Little Quilt 言語の以下の各式 (1), (2), (3) が表すキルトを図示せよ。a, b, turn, sew の意味は以下の通りである。その他の Little Quilt 言語の構文要素 (let 式、val 宣言、fun 宣言) の意味は講義で説明したものとする。

- a, b は図 1, 図 2 のキルトを表す。

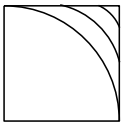


図 1: a が表すキルト

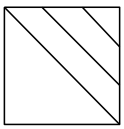
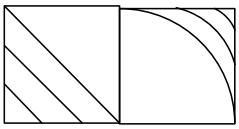


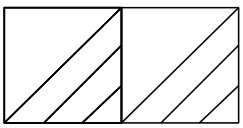
図 2: b が表すキルト

- turn（e）: キルト e を 90 度右回転させたキルトを表す。
- sew（e_1, e_2）: 高さが同じキルト e_1, e_2 を左右に並べ、縫い合わせたキルトを表す (左が e_1、右が e_2)。

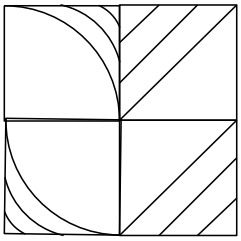
(1)
```
sew (turn (turn (b)), a)
```



(2)
```
let
    val x = turn (b)
in
    sew (x,x)
end
```



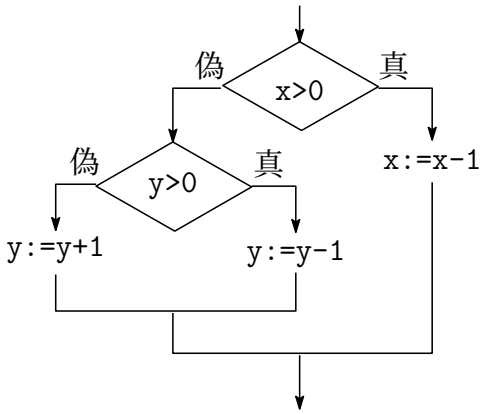
(3)
```
let
    fun unturn (x) = turn (turn (turn (x)))
    fun pile (x,y) = unturn (sew (turn (y), turn (x)))
    val aa = pile (a, turn (turn (a)))
    val bb = pile (unturn (b), turn (b))
in
    sew (aa, bb)
end
```



問 2 命令型言語の制御フローについて以下の各問に答えよ。

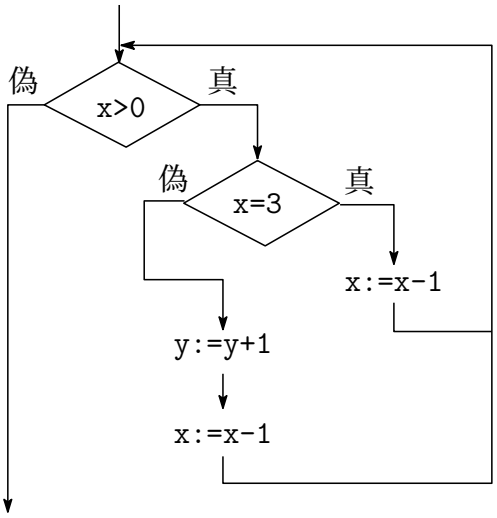
(1) 以下のプログラム断片の制御フローを図示せよ。

```
if x>0 then x := x - 1
else if y>0 then y := y - 1
     else y := y + 1
```



(2) 以下のプログラム断片の制御フローを図示せよ。

```
while x>0 do
    begin
        if x=3 then
            begin
                x := x - 1;
                continue
            end;
        y := y + 1;
        x := x - 1
    end
```



問 3 以下の Hoare triple(1), (2) を講義中に提示した規則を使って導け。

(1) $\{a = 3\}\ a := a + 1\ \{a = 4\}$

$$\dfrac{a = 3 \Rightarrow a + 1 = 4 \quad \dfrac{}{\{a + 1 = 4\}\ a := a + 1\ \{a = 4\}}\ (\text{assign}) \quad a = 4 \Rightarrow a = 4}{\{a = 3\}\ a := a + 1\ \{a = 4\}}\ (\text{conseq})$$

授業時にも言った通り、上記証明の中で、$a = 4 \Rightarrow a = 4$ の部分は $\Rightarrow$ の左右が同じなので省略し、以下のように書いてもよい。

$$\dfrac{a = 3 \Rightarrow a + 1 = 4 \quad \dfrac{}{\{a + 1 = 4\}\ a := a + 1\ \{a = 4\}}\ (\text{assign})}{\{a = 3\}\ a := a + 1\ \{a = 4\}}\ (\text{conseq})$$

(2) $\{a = 3\}\ a := a + 1; a := a + 2\ \{a = 6\}$

$$\dfrac{\dfrac{a = 3 \Rightarrow a + 1 = 4 \quad \dfrac{}{\{a + 1 = 4\}\ a := a + 1\ \{a = 4\}}\ (\text{assign})}{\{a = 3\}\ a := a + 1\ \{a = 4\}}\ (\text{conseq}) \quad \dfrac{a = 4 \Rightarrow a + 2 = 6 \quad \dfrac{}{\{a + 2 = 6\}\ a := a + 2\ \{a = 6\}}\ (\text{assign})}{\{a = 4\}\ a := a + 2\ \{a = 6\}}\ (\text{conseq})}{\{a = 3\}\ a := a + 1; a := a + 2\ \{a = 6\}}\ (\text{composition})$$

この証明では、2 カ所の consequence rule の適用のところで、$a = 4 \Rightarrow a = 4$ と $a = 6 \Rightarrow a = 6$ を省略した。

(3) $\{x = 5\}$ **while** $x > 0$ **do** $x := x - 1\ \{x = 0\}$

スペースの関係で、2 か所に分けて記述する。

$$\dfrac{x = 5 \Rightarrow x \geq 0 \quad \overset{\text{この部分は下に記述。}}{\overline{\{x \geq 0\}\ \textbf{while}\ x > 0\ \textbf{do}\ x := x - 1\ \{x \geq 0 \wedge \neg\, x > 0\}}} \quad x \geq 0 \wedge \neg\, x > 0 \Rightarrow x = 0}{\{x = 5\}\ \textbf{while}\ x > 0\ \textbf{do}\ x := x - 1\ \{x = 0\}}\ (\text{conseq})$$

$$\dfrac{x \geq 0 \wedge x > 0 \Rightarrow x - 1 \geq 0 \quad \dfrac{}{\{x - 1 \geq 0\}\ x := x - 1\{x \geq 0\}}\ (\text{assign}) \quad x \geq 0 \Rightarrow x \geq 0}{\dfrac{\{x \geq 0 \wedge x > 0\}\ x := x - 1\{x \geq 0\}}{\{x \geq 0\}\ \textbf{while}\ x > 0\ \textbf{do}\ x := x - 1\ \{x \geq 0 \wedge \neg\, x > 0\}}\ (\text{while})}\ (\text{conseq})$$

この下側の証明図でも、$x \geq 0 \Rightarrow x \geq 0$ の部分は $\Rightarrow$ の左右が同じなので、省略して以下のように書いてよい。

$$\dfrac{\dfrac{x \geq 0 \wedge x > 0 \Rightarrow x - 1 \geq 0 \quad \overline{\{x - 1 \geq 0\}\ x := x - 1 \{x \geq 0\}}\ \text{(assign)}}{\{x \geq 0 \wedge x > 0\}\ x := x - 1 \{x \geq 0\}}\ \text{(conseq)}}{\{x \geq 0\}\ \textbf{while}\ x > 0\ \textbf{do}\ x := x - 1\ \{x \geq 0 \wedge \neg\ x > 0\}}\ \text{(while)}$$

上記証明において、assignment axiom を assign, consequence rule を conseq, while rule を while, composition rule を composition と略記した。

問 4　以下の Pascal プログラムを実行したときの出力結果を示せ。手続きの仮引数に `var` がついている場合、call by reference であることを表す。`writeln` は引数の値を出力後改行する。

```
program test;
var x : integer;
var y : integer;
procedure swap
  (var x: integer;
   var y : integer);
var z : integer;
begin
   z := x; x := y; y := z
end;

begin
   x := 3;
   y := 4;
   swap (x,y);
   writeln (x);
   writeln (y)
end.
```

```
4
3
```

問 5　以下の Pascal プログラムを実行したときの出力結果を示せ。Pascal における変数の有効範囲 (scope) の定め方は static scope であることに注意せよ。

```
program P;
var n : char;
procedure W;
begin
   writeln(n)
end;

procedure D;
var n : char;
begin
   n := 'D';
   W
end;

begin
   n := 'L';
   W;
   D
end.
```

```
L
L
```

問 6　以下の (1), (2) のプログラムの意味（式の値）を、講義中に提示した規則にしたがって示せ。ただし、これらのプログラムは、講義中で意味の定義を紹介するときに定義した、C の非常に小さなサブセットによるプログラムである。(1)、(2) のプログラムの実行前の状態は、いずれも $\sigma = \{(\mathtt{X}, 3), (\mathtt{Y}, 1), (\mathtt{Z}, 0)\}$ とする。

(1) 2

$$< \mathtt{2}, \sigma > \rightarrow 2$$

上記より、状態 σ においてプログラム 2 を実行すると、値は 2 になる。

(2) ((2+3)*X)

$$\dfrac{\dfrac{< \mathtt{2}, \sigma > \rightarrow 2 \quad < \mathtt{3}, \sigma > \rightarrow 3}{< (\mathtt{2} + \mathtt{3}), \sigma > \rightarrow 5} \quad < \mathtt{X}, \sigma > \rightarrow 3}{< ((\mathtt{2} + \mathtt{3}) * \mathtt{X}), \sigma > \rightarrow 15}$$

上記より、状態 σ においてプログラム ((2+3)*X) を実行すると、値は 15 になる。